Un regard sur les marchés financiers

de produits dérivés

Nicole El Karoui,

Professeur émérite LPSM-Sorbonne-University (ex LPMA,ParisVI)

Antony, le 11 Octobre 2018

30 ans dejà

- Ma présentation est nourrie de mon expérience de collaboration avec la " banque d'investissement", autour des produits dérivés, notamment à la Caisse des dépôts, Crédit Agricole, la Société générale...
- couplée avec une expérience en parallèle de formation en DEA/Master, Paris VI/Ecole Polytechnique
- le tout parsemé de crises, et donc de réglementation

Les points principaux de la présentation

- La transition historique vers la financiarisation de l'économie
- L'expérience du marché à terme français- "start up period"
- La Transformation en "industrie" suivie de la crise
- Les maths dans tout cela...
- Quelques remarques personnelles

Quelques rappels historiques

Une date fatidique : le 15 Août 1971 :

- Nixon annonce la fin de la convertibilité du dollar en or.

Figure – Le President Nixon durant son annonce

Une décision historique

Le système de Bretton Woods après la 2eme Guerre (1944)

- Les pays acceptent d'ajuster leurs monnaies sur le dollar, qui est garanti par l'or
- Operationnel jusqu'en 1958 : les US ajustent la demande de dollars pour maintenir la confiance
- Nixon transforme un cycle vertueux en un cycle très instable

Nouvelle ère celle de l'économie dirigée par la finance

- Augmentation des déficits publics
- Taux de change flottants, Fluctuations des taux d'intérêt
- Faible croissance économique avec haut niveau d'inflation ($> 10\%$)
- 1979-1989 Crise majeure des Caisses d'épargne aux US.
- Bulle immobilière

Impact majeur du risque de marché

Produits financiers et risques

- produits financiers= flux d'argent, pas de problèmes de stockage (actions, obligations, produits d'assurance).
- leurs prix fluctuent à la hausse ou à la baisse
- Les performances passées ne garantissent pas celles futures
- C'est le risque de marché

Autres risques

- Le risque de crédit. l'autre ne peut pas payer
- Le risque de liquidité Difficulté à trouver un acheteur
- Le risque opérationnel Défaut d'organisation ou de surveillance qui conduit à une perte : un trader qui prend des positions à l' insu de sa hiérarchie, une erreur de transcription..
- Le risque systémique C'est l'effet domino : je ne peux pas te payer parce que quelqu'un d'autre ne m'a pas payé.

Fluctuations des cours CAC40 /FTSE 100

CAC(1988)=noir, FTSE(84) = rouge, Période 96-2008

CAC 40 = indice français des 40 plus grandes capitalisations boursières

Page 1 of 1

Les marchés du risque financier

Réponse institutionnelle : Création de nouveaux marchés

- Chicago Board of Options Exchange ouvre en 1973,
- LSE (London), NYSE (New York)
- 1986-87, Création du MATIF, (*Marché à terme des Instruments financiers/Taux)* et du MONEP (*Options négociables de Paris*)
- 13 ans après Chicago, mais avant Francfort.

Les produits financiers

- On dit qu'un produit est risqué si le flux n'est pas connu à l' avance.
- Un produit non risqué est par exemple un compte au jour le jour
- Les nouveaux produits, contrats à terme et "options" (assurance contre les mouvements des cours) pour limiter le risque de marché

Un nouveau business

Révolution informatique, L'émergence des PC

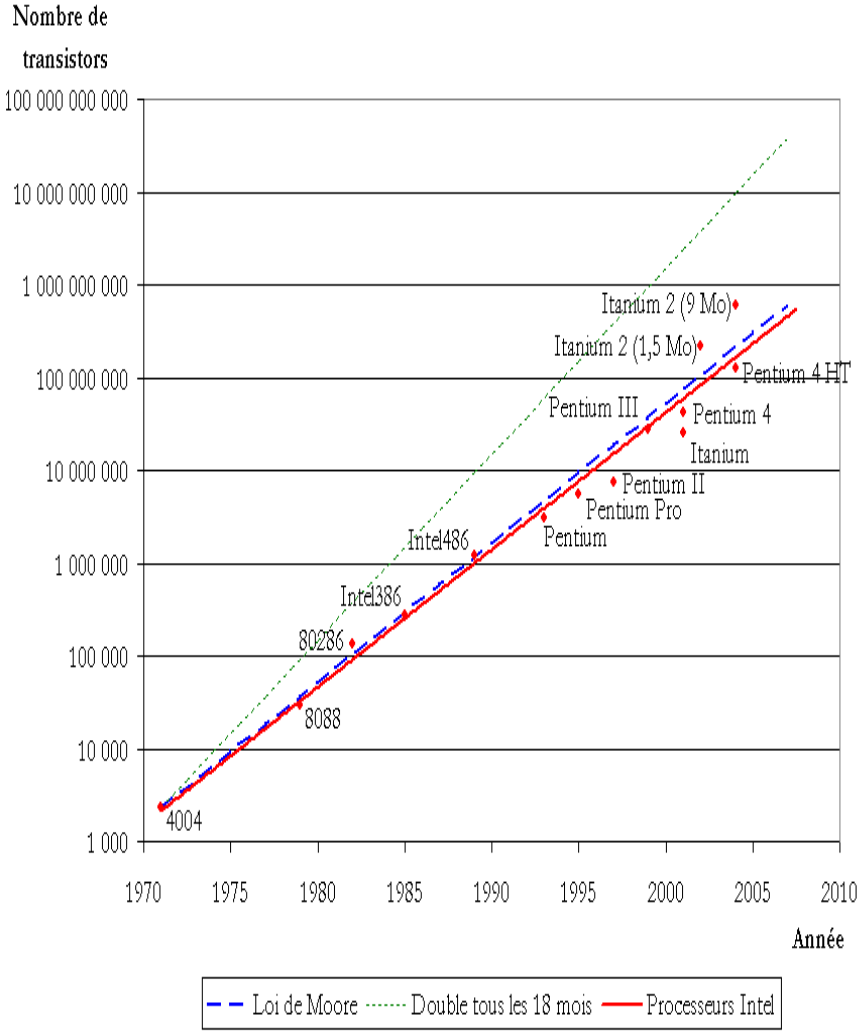
- En 1988, tout le calcul sur les gros IBM
- Les banques françaises font le pari de la technologie
- A. Paille à la SG monte l'activité "dérivé" avec des ingénieurs
- Transformer le "retard" en avantage technologique

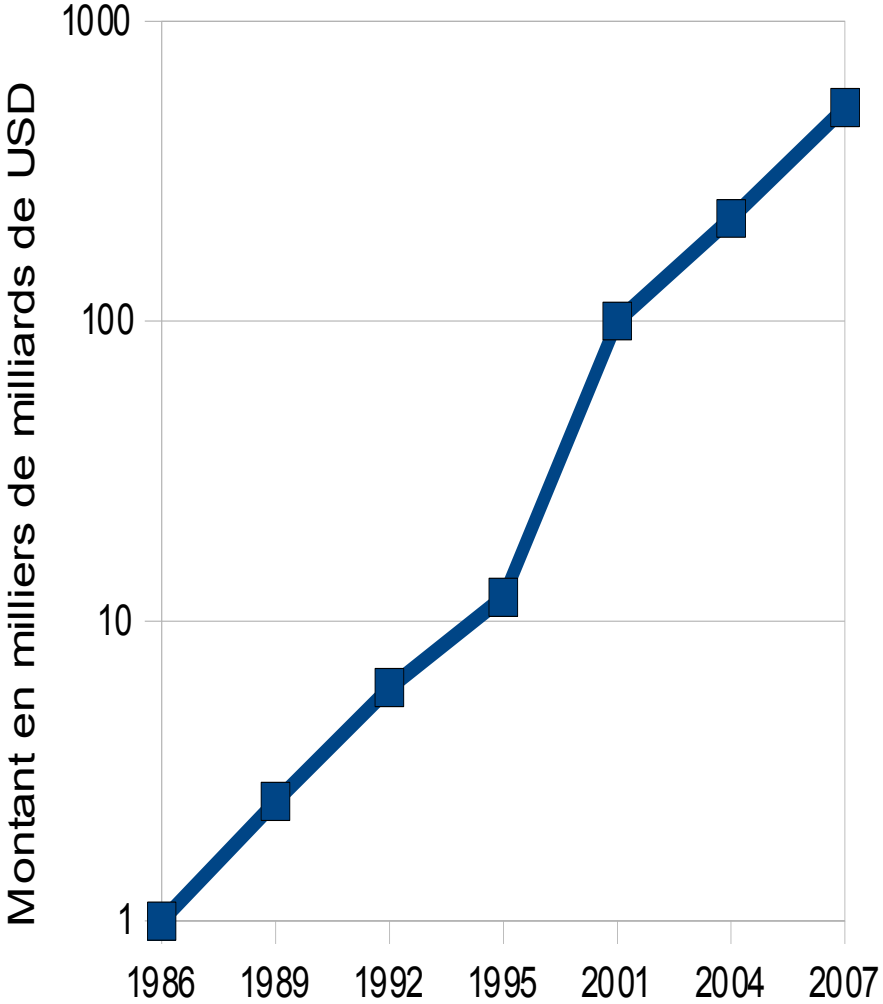
Usage

- se protéger contre les grands mouvements de marché
- mais facilite la spéculation par l'accès à l'information qui est donné

Loi de Moore et la puissance des ordinateurs

Croissance puissance ordinateurs (1970-2010), Marchés financiers (86-07)





Produits financiers (dits dérivés)

Produits financiers élémentaires

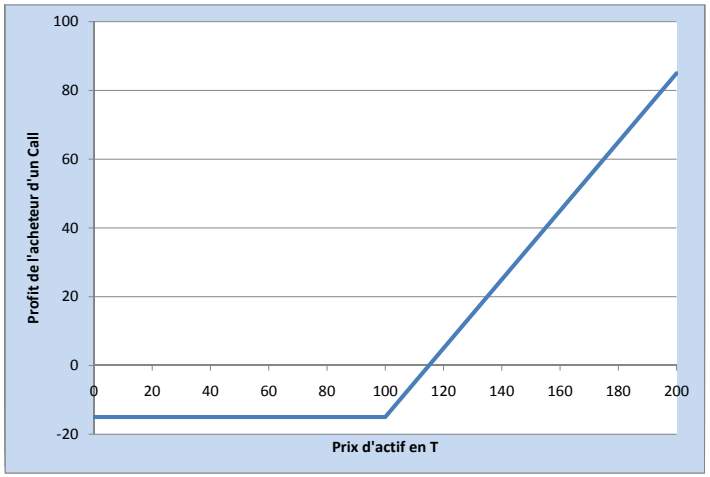
- contract à terme = promesse de vente à un horizon fixé T à un prix fixé aujourd'hui.
- contrats de swaps(1985) = échange des intérêts, taux fixe, taux variable aux dates de paiement de coupons d'un prêt (long terme)

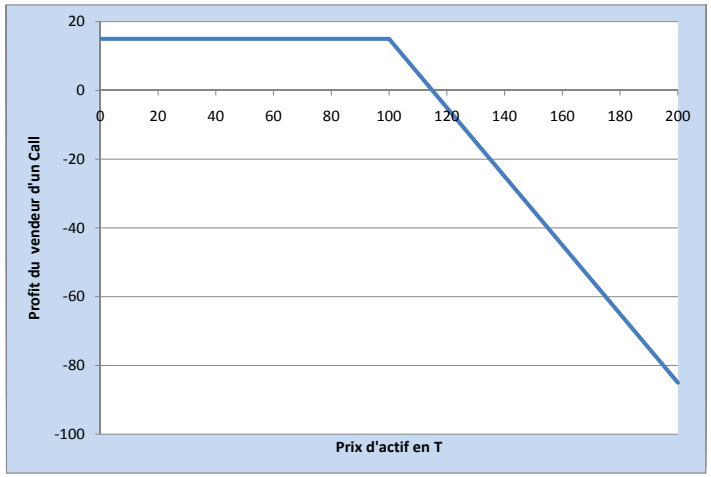
Contrats d'options Une option d'achat donne

- le droit, mais pas l'obligation, d'acheter un titre négociable dans le futur
- à un prix garanti appelé = exercise price = strike price= K, souvent proche du prix à terme. L' exposition est $(X_T - K)^+$.
- option de vente même chose pour la vente, le risque $(X_T - K)^+$
- Assurance contre le risque de marché.

Les risques sont dis-symétriques

Pertes limitées pour l'acheteur, illimitées pour le vendeur (la banque)





Les défis pour le vendeur : *ne pas subir les effets du temps*

- Les pertes peuvent être très grandes, car l'avenir n'est pas previsible
- On ne peut pas faire jouer l'idée d'une perte moyenne, car il n'y a pas d'effet de masse comme en assurance
- Les produits assurés sont des titres côtés, échangeables dans le marché, qu'on peut investir acheter ou vendre facilement.

Un problème de cible stochastique

La théorie du portefeuille de couverture

- L'idée vient de deux académiques américains Black et Scholes (1973)
- investir dans un portefeuille de couverture, ajusté fréquemment pour s'adapter aux variations du marché
- et arriver le plus près possible de la cible garantie (par exemple $(X_T - K)^+$ pour un Call)

Règle de fixation des prix

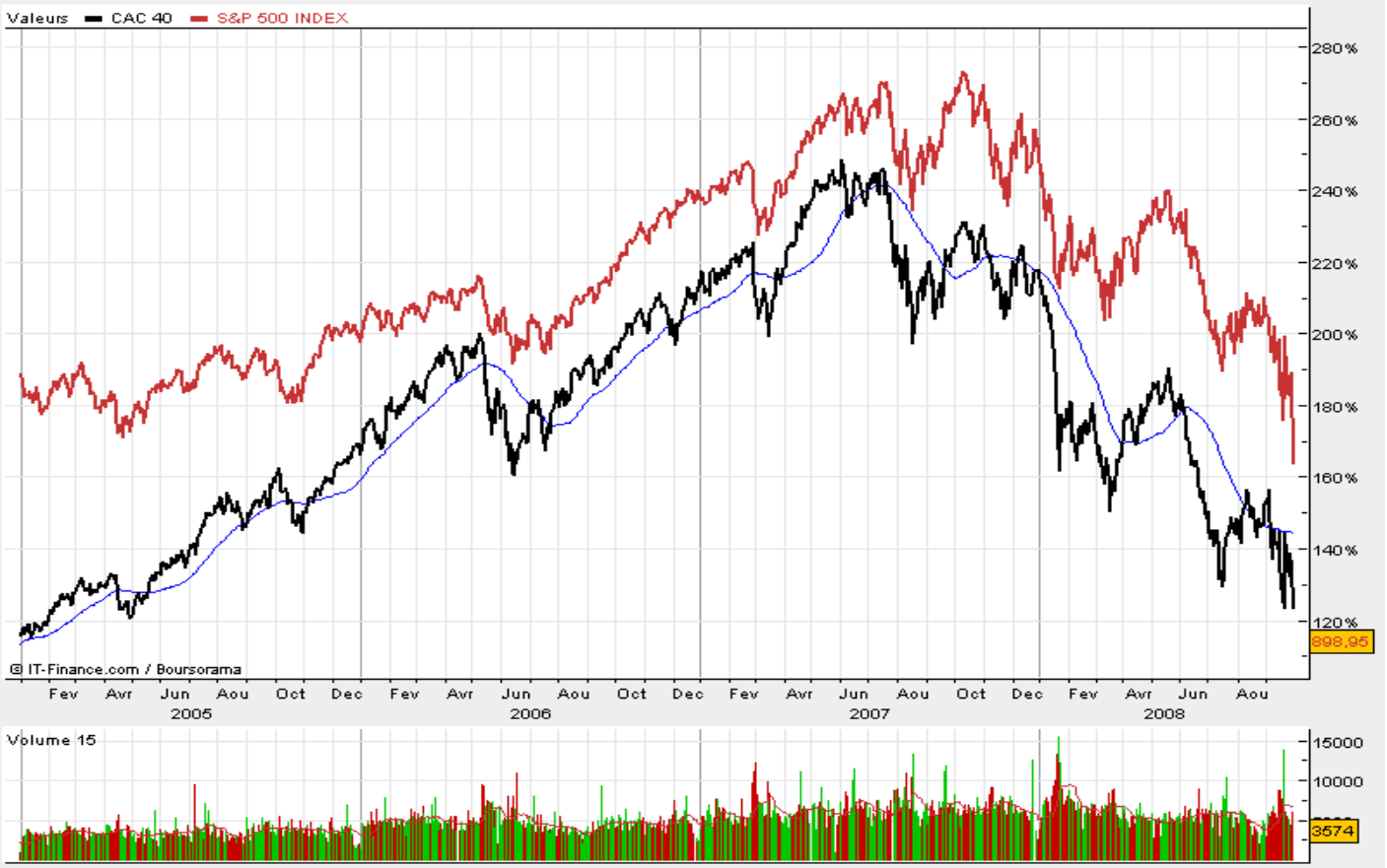
- Règle du prix unique : Deux opérations financières qui donnent les mêmes flux dans tous les états du monde, ont la même valeur.
- Le prix d'une option, (produit dérivé) est le coût de sa couverture

"Le suivi de marché devient la réalité objective" (Nicolas Bouleau)

Un exemple de cours fluctuant

CAC40 (noir) / SP500 (rouge), 2005-2008

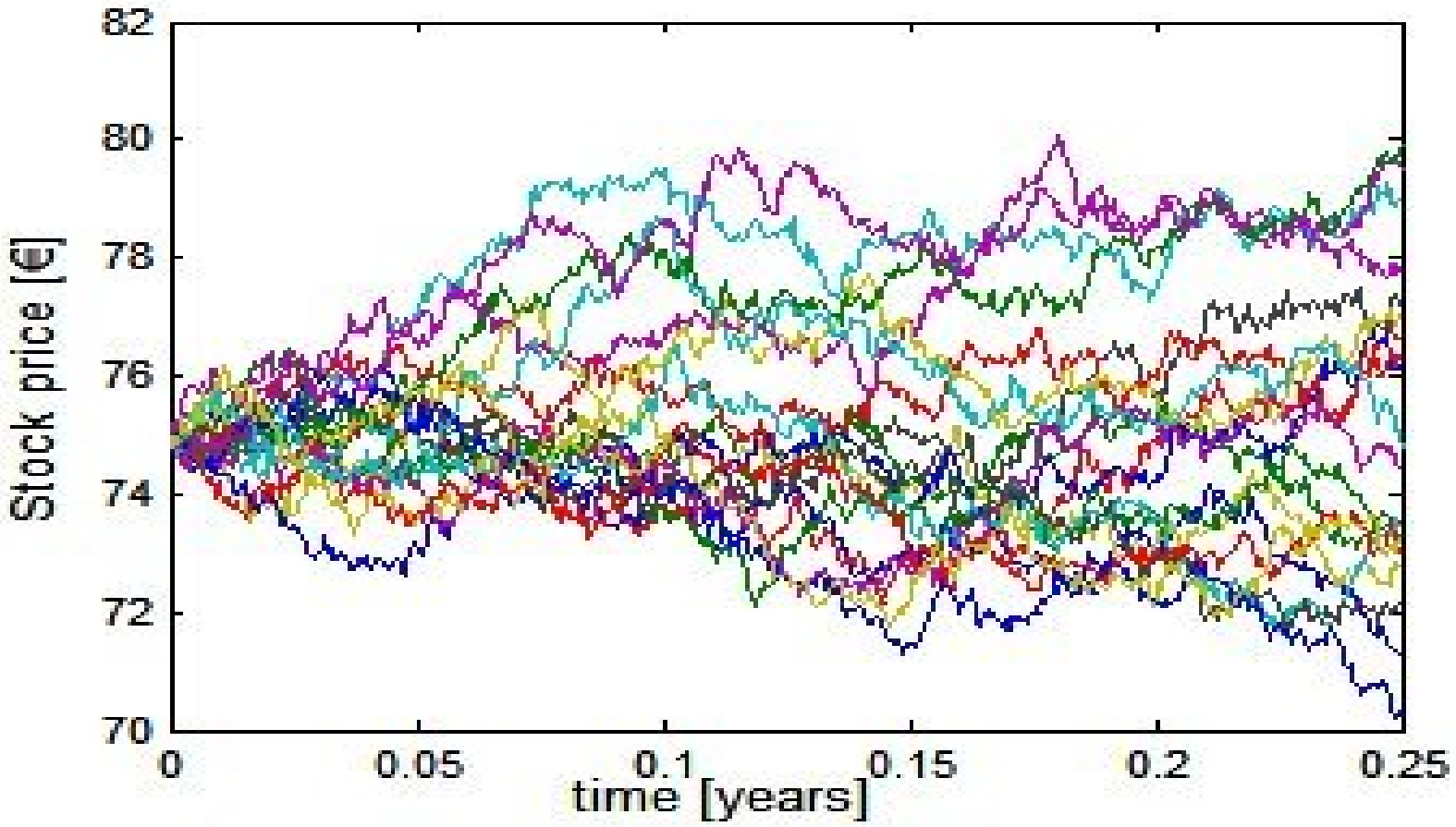
Page 1 of 1



La jonction avec le monde académique

Un monde dynamique plein d'alea...et de ressources théoriques

Exemple de Trajectoires simulées de cours



Thématique de recherche du Laboratoire de Probabilité/Paris VI+VII+CMAP

Arbre binomial

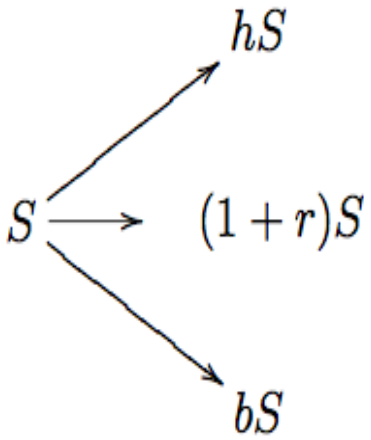


FIG. 1.1 Mouvement de l'actif risqué.

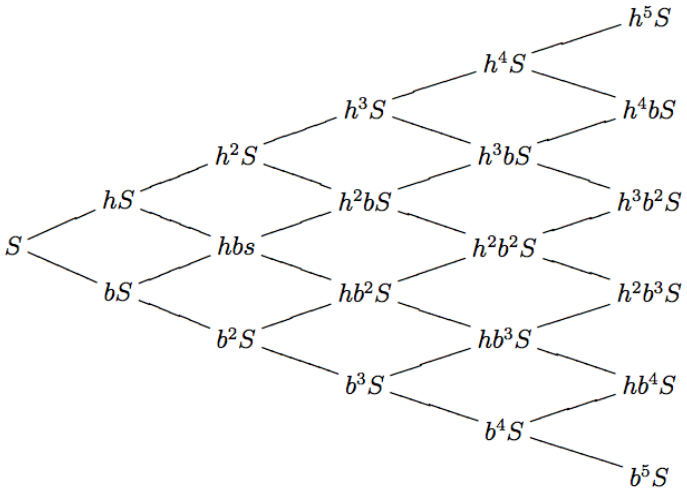


FIG. 1.4 – L'arbre binomial

Le modèle binomial

Simple marché à une période, et deux titres

- du cash, qui vaut 1 à la date 0, et $1+R$ à la date 1
- Un titre risqué qui vaut S à la date 0 et demain Sh et $Sb, h > b$

Portefeuille, $V_0 = \alpha \times 1 + \delta\, S$

- une stratégie de portefeuille est un couple $(\alpha(cash), \delta(action))$,
  - $t = 1$ $\begin{cases} V_1(h) = \alpha(1+R) + \delta\, S\, h & \text{en cas de hausse} \\ V_1(b) = \alpha(1+R) + \delta\, S\, b & \text{en cas de baisse} \end{cases}$

Replication d'une flux incertain, $h > 1 + R + b$

- flux terminal $X(h)$ si hausse ou $X(b)$ si baisse
- Résoudre en (α, δ), $\quad V_1(h) = X(h), V_1(b) = X(b)$
- $(1+R)V_0 = X(b)\frac{h-(1+R)}{h-b} + X(h)\frac{(1+R)-b}{h-b}$
- $(1+R)V_0 = X(b)q(b) + X(h)(1-q), \quad q = \frac{h-(1+R)}{h-b} < 1$

Solution de Black and Scholes (1973)

Portefeuille Autofinançant

- La variation de la valeur V_t d'une stratégie, avec δ_t actions en t est
  - le gain est du à l'investissement dans le titre risqué $\delta_t\, dS_t$
  - le placement de la richesse restante $V_t - \delta_t S_t$ au taux (taux court r_t)
- Equation rétrograde de la couverture autofinançante

$$\begin{cases} dV_t = r_t(V_t - \delta_t S_t)dt + \delta_t dS_t = r_t V_t dt + \delta_t(dS_t - r_t S_t\, dt), \\ V_T = (S_T - K)^+ \quad \text{contrainte terminale} \end{cases}$$

BS Solution pour le GBM $dS_t = S_t[r\, dt + \sigma(dW_t + \theta dt)]$, $\quad \mu = r + \theta\sigma$

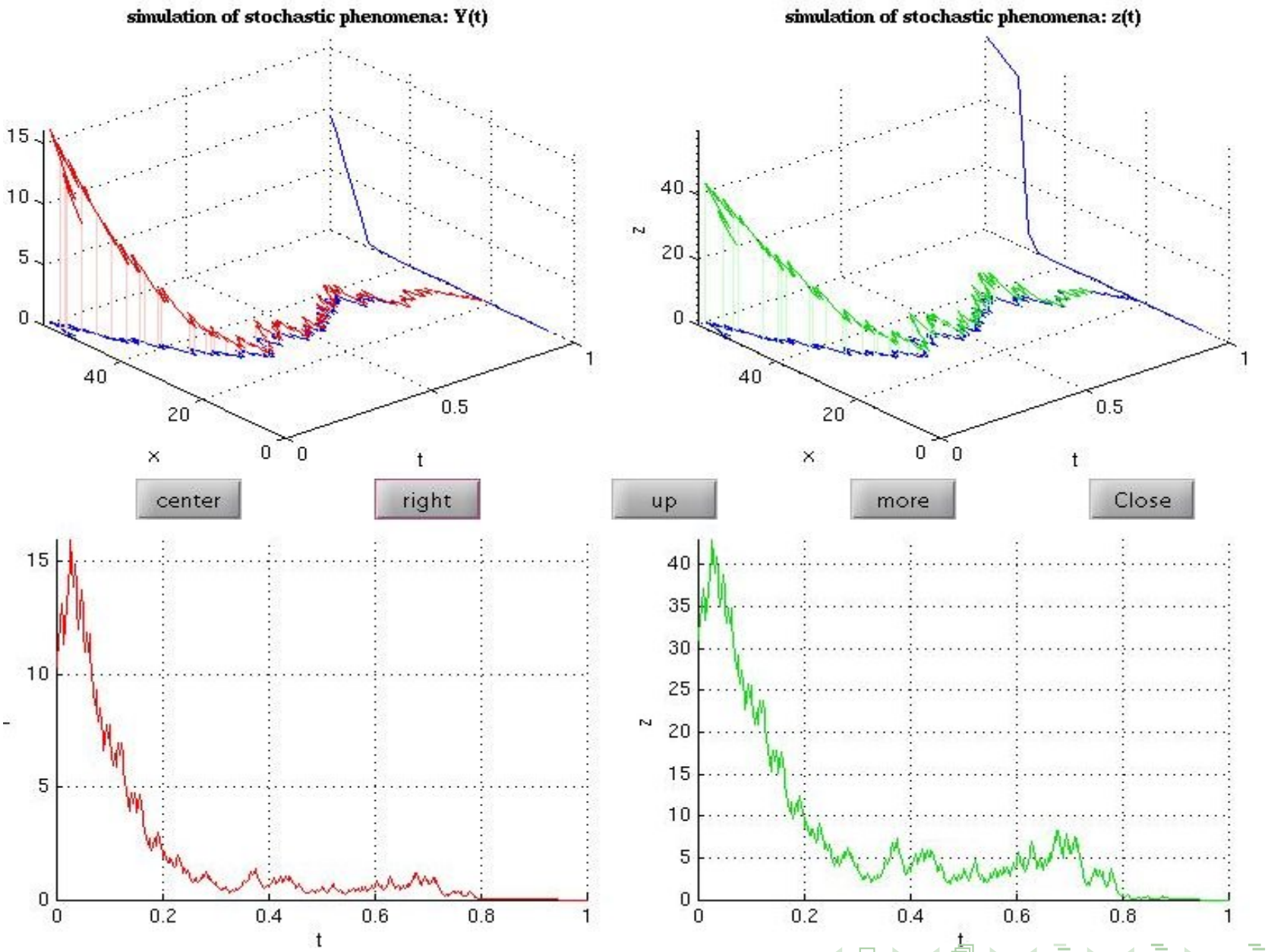
- Formule de BS : pas de dépendance par rapport à la tendance μ

$$C^{BS}(t, x, r, K, T, \sigma) = x\, N(d_1) - Ke^{-r(T-t)}\, N(d_0)$$

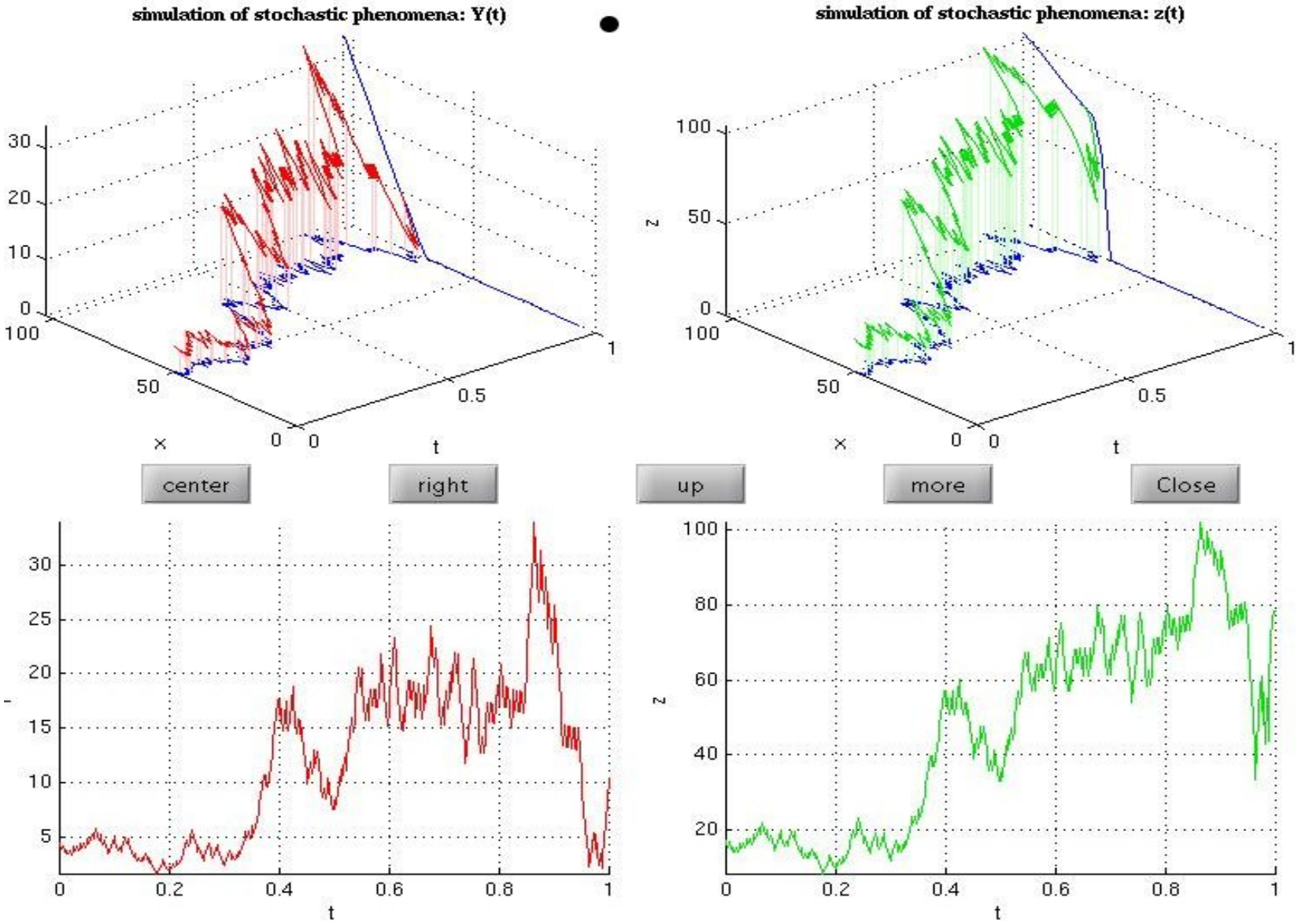
- Le delta est la dérivée du prix par rapport au spot $= N(d_1)$

Call(50,50) : Portefeuille de couverture d'un Call

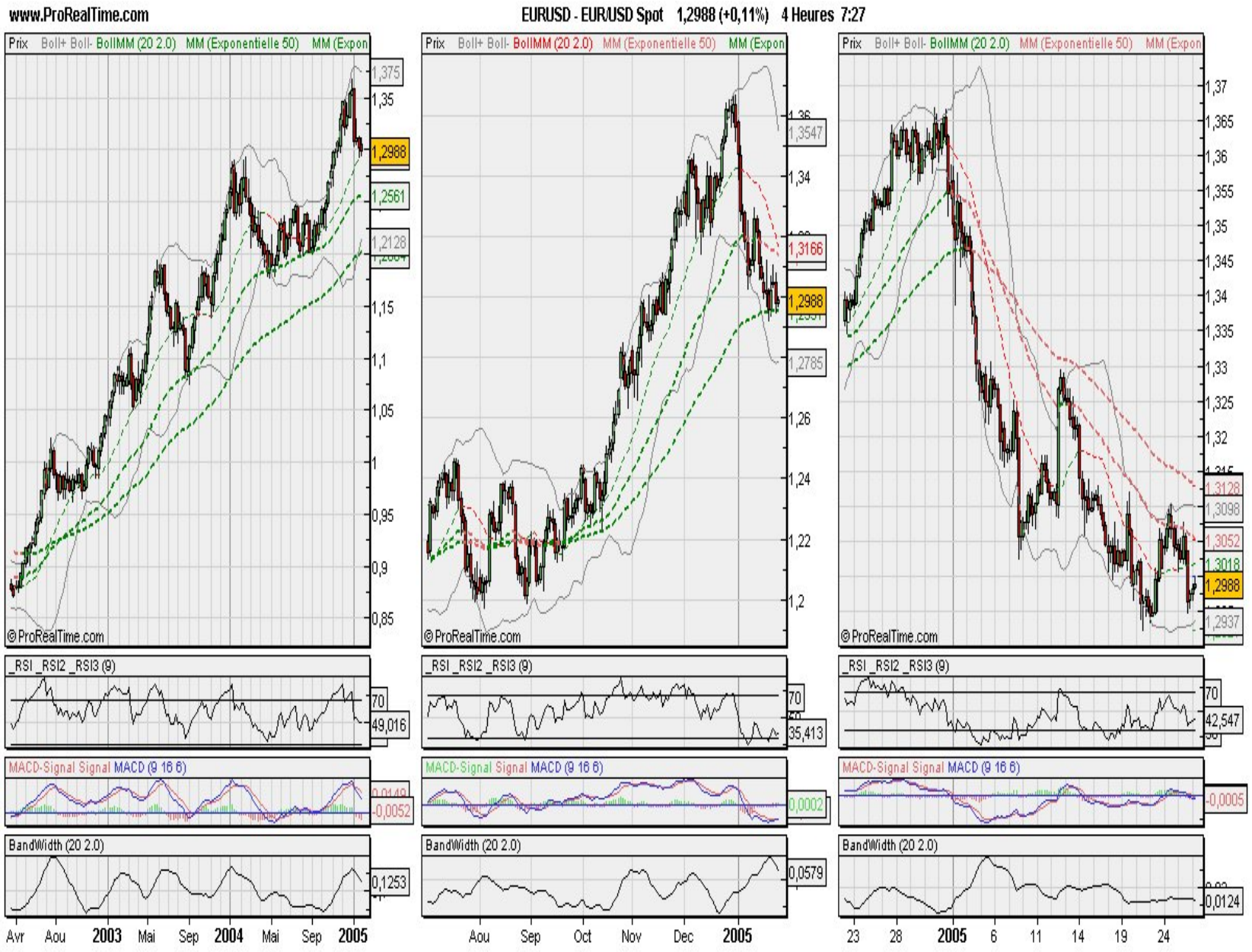
(bleu= prix actif, rouge= valeur portefeuille, vert= part dans l'actif)



Call(50,70) :Portefeuille de couverture



La tendance, cela existe ! !



Mise en oeuvre quasi instantanée

Identification des paramètres

- Résolution par EDP ou mise en oeuvre des méthodes de simulation pour le calcul des prix dans un modèle donné, en moins de 20s
- Programme de minimisation des écarts entre le futur modèle et les prix de marchés (40 rounds)
- Calcul des sensibilités aux facteurs de risque par perturbation des paramètres retenus, des centaines

L'explosion des méthodes de Monte-Carlo

- Résolution de problèmes de grande dimension par simulation
- Accélération de toutes les méthodes numériques existantes
- Sans doute la contribution la plus importante de la finance aux autres secteurs des math appli

Qu'est-ce qu'un modèle

Pas de modèle universel

- Un modèle est une représentation simplifiée d' une réalité complexe, qui permet de quantifier une décision.
- indissociable de l'activité pour laquelle il a été fait.
- Plusieurs modèles sont "possibles" : Risque de modèle
- Assurance et Finance n'ont pas les mêmes objectifs et donc pas les mêmes modèles, ce qui a induit de graves erreurs dans les textes de régulation.

Commentaires de Robert Merton

- Une vertu utilisée de manière extrême peut devenir un vice
  - Exactement comme pour les modèles mathématiques en finance.
  - Il faut rappeler sans cesse les précautions à prendre avec eux.
- Particulièrement vrai sur des nouveaux dérivés : ex Back-Testing,
- Les dérivés de crédit par exemple

La méthodologie de la finance dans la couverture des risques

La couverture dynamique

- Couvrir les cash-flows futurs écrits sur des sous-jacents négociables par un portefeuille réajusté très fréquemment dans le temps
- Bien mise en oeuvre, elle réduit les risques de marché du produit
- Elle est plus simple et plus robuste à mettre en oeuvre sur un sous-jacent que sur plusieurs
- Elle sous-entend que le risque résiduel est petit, ce qui est difficile à tester, si on n' a pas autant de titres que de risques à couvrir (marché complet).

L'estimation du modèle ou calibration

- Faite systématiquement dans un monde risque-neutre
- En se calibrant aux prix de marché
- La procédure de calibration n'est pas très stable et est difficile à

1997-2003

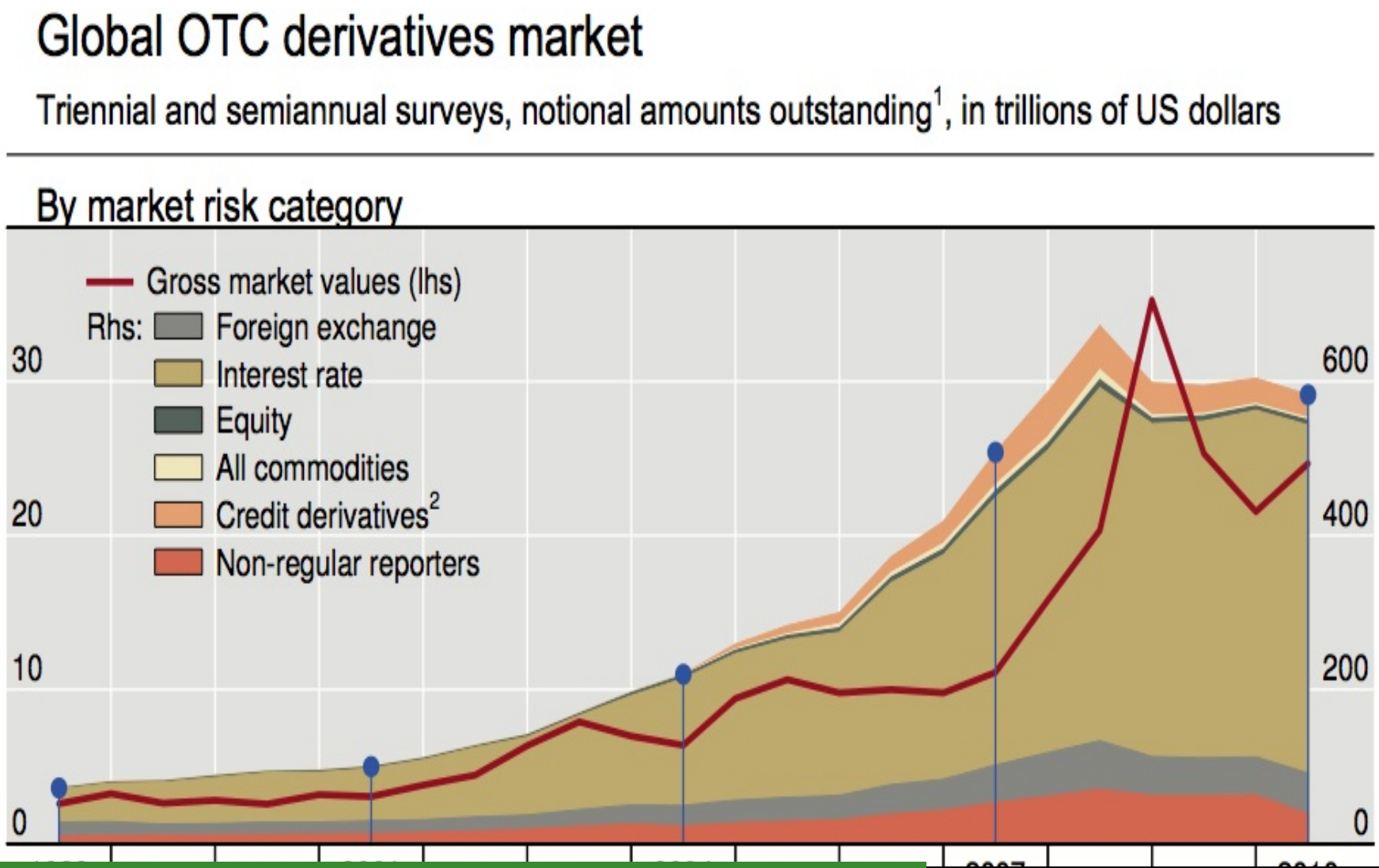
Les multiples "ex-start-ups" sont devenues une industrie

L'innovation financière s'emballe

Un peu de régulation

- Le monde des dérivés s' automatise : langage de description de produits, , moins de réflexion sur les produits eux-mêmes et leur hedge
- Le régulateur impose un "desk" de validation de modèles
- De nombreux indicateurs de risque sont mis en place

Fini les start-ups ! Place à l'industrie de masse 98-2008



L'euphorie des bulles : dérivés 2003-2008

l'Innovation financière s'emballe

- Après 2003, Explosion du marché des dérivés, surtout ceux dont le sous-jacent n'est pas négociable : (Volatilité, Crédit, Subprimes)
- Explosion du "Shadow Banking" avec les Hedge-Funds et le Trading Haute-Frequence
- La banque, l'investissement et la finance de marché deviennent une industrie très quantitative, et qui recrute

L'Age d'or de la Finance Quantitative

- Des milliers de scientifiques, ingénieurs and mathematiciens entrent dans le domaine.
- Plus des 70 meilleures universitiés dans le monde ont proposé des formations in "Financial Mathematics" and "Engineering". La France est la plus quantitative.
- Les articles de recherche en MF augmentent exponentiellement.

I SURVIVED...DEA EL KAROUI, Année 2010/ Master PVI/X démarré in 1990

Crise majeure de l'industrie financière

2007-2008 Credit Crunch/ Faillite de Lehman

- Credit crunch était basé sur le risque "subprime", un abaissement des critères de souscription pour l'octroi des prêts
- Diffusion de la crise immobilière dans toutes les places financières à travers la titrisation de MBS
- Mortgage-backed securities (MBS) qui dependent de la performance d'une centaine de prêts
- Drastique réduction du business du crédit dans les marchés

- Les excès de l'industrie financières ont impacté négativement l'ensemble de l'économie mondiale
- Induit une crise de confiance et de liquidité dans le marché interbancaire
- La crise des dettes des pays européens

Qu'a-t'on appris ? Pas grand chose

Les marchés ne sont pas des systèmes physiques

Au moins trois types de comportements ne peuvent être étudiés juste avec des maths

- Intentionalité des actions/reactions humaines
- Les notions subjectives de risque et la psychologie
- Les comportements stratégiques
- Asymétrie d'information

La théorie des jeux, la finance psychologique peuvent contribuer à une meilleure compréhension des marchés mais difficile de s'en servir dans le monde des dérivés.

Remarques à la lumière des eco-systèmes

Les points essentiels pour l' équilibre des eco-systèmes (Dominique Bron)

- Reotraction-Retour à la moyenne
- Pas de substituabilité
- Diversité
- Vulnerabilité

En finance

- A cause du quantitative Easing, la monnaie s' accroit exponentiellement : pas de retroaction
- La monétarisation donne l'illusion de la substituabilité
- Concentration après chaque crise
- Bulle sur les actions

En conclusion I

Des modèles, oui un peu, simples et robustes

- On peut discuter à l'infini des modèles et de leur utilisation dans un monde aussi mouvant que les marchés financiers.
- Mais la robustesse du système n'est pas à rechercher dans un supplément de modélisation, bien au contraire.

L'info stratégique est ailleurs

- Il y a de nombreux signaux, financiers ou autres qu'on peut lire dans les marchés lorsqu'ils commencent à s'emballer
- Importance très grande de l'organisation des marchés, qui a beaucoup plus d'impact que tout ce qui est lié aux concept
- La modification de certaines méthodes de fonctionnement, la taille des positions qui sont prises etc... sont des éléments beaucoup plus importants

En conclusion II

- les mathématiques sont aussi utilisées comme les Agences de Rating pour donner un "label de risque controlé" à certaines activités non labélisables.
- Difficile de lutter rationnellement quand le seul moteur du système est de faire le maximum de rendement

Utilisons cette expérience vers les nouveaux marchés

Tout cela est bientôt dépassé

- Etre scientifique dans le monde réel est très ambigu, tout en étant passionnant
- Il faut être capable de voir comme cette expérience nous aide à s'organiser dans le nouveau monde du "big-data"
- A identifier les lieux et les risques nouveaux.

Conclusion avec Yves Meyer,Prix Gauss, Traitement d'images

- Les mathématiques traduisent certes, l'amour du beau langage et de la forme,
- mais la connaissance scientifique, la curiosité, la créativité est un autre aspect majeur.
- Apprendre aux jeunes à déméler le vrai du faux et à penser par eux-mêmes me semble un enjeu primordial, y compris pour former les citoyens.

Rendons le monde moins instable
Merci de votre attention